جامعة البعث كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحانات الفصل الأول ٢٠١٦-٢٠١٧ أسئلة مقرر التحليل التابعي (١) لطلاب السنة الرابعة تحليل رياضي .	المدة : ساعة ونصف العلامة:(١٠٠) درجة الاسم :

السؤال الأول (٣٢ درجة):

(١) ليكن $p,q > 1$ بحيث: $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ فأثبت أن :

$$\sum_{k=1}^{n} a_k b_k \leq (\sum_{k=1}^{n} a_k^p)^{\frac{1}{p}} . (\sum_{k=1}^{n} b_k^q)^{\frac{1}{q}} \quad , a_k, b_k \geq 0 \ , (k = 1,2,\dots,n)$$

واستنتج أن : $(\sum_{k=1}^{n} |a_k|)^p \leq n^{p-1} \sum_{k=1}^{n} |a_k|^p \quad , p \geq 1$

ثم بين أنه إذا كان $x,y \in l_p$ و $\lambda \in C$ فإن : $x+y \in l_p \quad , \lambda x \in l_p$

(٢) (أ) أثبت أن كل مجموعة محدبة ومتوازنة هي مجموعة محدبة مطلقاً .

(ب) ليكن X فضاء خطي منظم ولتكن : $E = \{x \in X : \|x\| \leq 1\}$

أثبت أن هذه المجموعة محدبة مطلقاً وماصة .

(٣) هات مثالاً لتطبيق معرف على فضاء خطي منظم في فضاء خطي منظم آخر يكون مستمر وغير مستمر بانتظام ، وغير مفتوح مع الحل .

السؤال الثاني (١٨ درجة):

(١) إذا كانA تطبيق ضاغط من الفضاء المتري التام (X,d) في نفسه فأثبت أنه يملك نقطة ثابتة وحيدة .

(٢) هات مثالاً لتطبيق ضاغط لفضاء متري في نفسه، ولا يوجد له نقطة ثابتة مع الحل .

السؤال الثالث (١٠درجات):

أثبت أن جميع فضاءات هيلبرت الفصولة وغير المنتهية البعد إيزومورفية مع الفضاء ℓ_2 وبالتالي جميع هذه الفضاءات إيزومورفية لبعضها البعض .

السؤال الرابع (١٥+١٠=٢٥ درجة):

١- ليكن H فضاء هيلبرت وبفرض A و B مؤثرين حيث : $A, B : H \to H$ وأن :

$$\langle A x, y\rangle = \langle x, By\rangle$$

أثبت أن $A \in L_B(H \to H)$ (أي A مؤثر خطي ومحدود) وأن $A^* = B$.

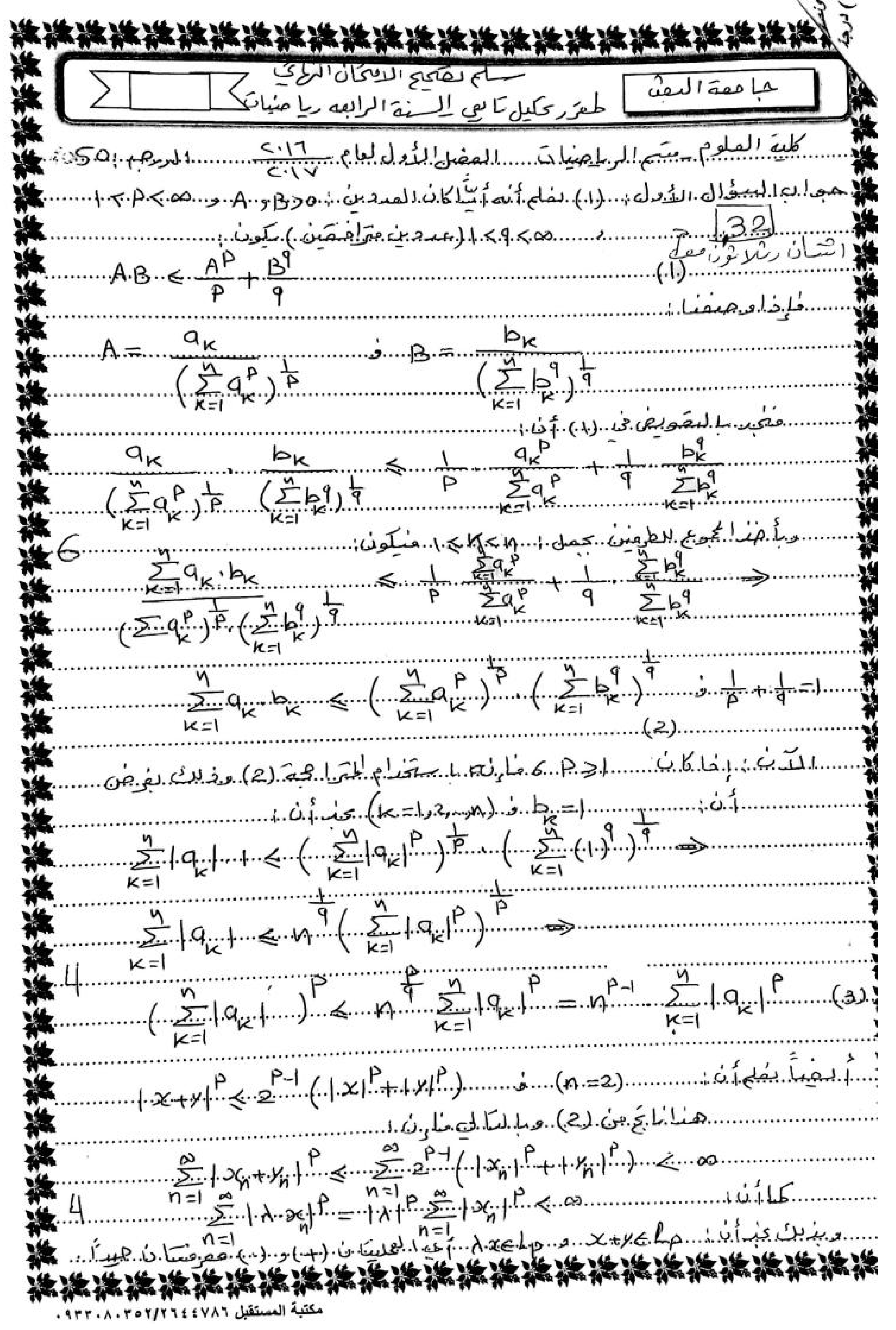
واذا علمت أن $By = (y_2, y_3, y_4, \dots)$ فاحسب $\|A\|$.

٢- ليكن H فضاء هيلبرت وبفرض $z, y \in H$ اذا كان T مؤثراً خطياً ومحدوداً ومعرف بالشكل $T(x) = \langle x, y\rangle z$ أثبت أن $T^*(w) = \langle w, z\rangle y$.

السؤال الخامس (١٥ درجة):

أوجد الفضاء المرافق للفضاء C_0 (فضاء المتتاليات العددية المتقاربة من الصفر) .

	انتهت الأسئلة	مدرسا المقرر
حمص في ١ / ٢ / ٢٠١٧ م.	مع التمنيات بالنجاح والتوفيق	د. سامح العرجة د. منير مخلوف



جامعة البعث

سلم تصحيح الامتحان النظري

لمقرر تحليل تابعي السنة الرابعة رياضيات

كلية العلوم - قسم الرياضيات - الفصل الأول لعام $\frac{2016}{2017}$ - الدرجة: ٥٠

جواب السؤال الأول: نعلم أنه أياً كان العددين $A, B > 0$ و $1 < p < \infty$ و $1 < q < \infty$ (عددين مترافقين) يكون: 32

$$A \cdot B \le \frac{A^p}{p} + \frac{B^q}{q} \qquad (1)$$

فإذا وضعنا:

$$A = \frac{a_k}{\left(\sum_{k=1}^{n} a_k^p\right)^{\frac{1}{p}}} \quad \text{و} \quad B = \frac{b_k}{\left(\sum_{k=1}^{n} b_k^q\right)^{\frac{1}{q}}}$$

فنجد بالتعويض في (1) أن:

$$\frac{a_k}{\left(\sum_{k=1}^{n} a_k^p\right)^{\frac{1}{p}}} \cdot \frac{b_k}{\left(\sum_{k=1}^{n} b_k^q\right)^{\frac{1}{q}}} \le \frac{1}{p} \cdot \frac{a_k^p}{\sum_{k=1}^{n} a_k^p} + \frac{1}{q} \cdot \frac{b_k^q}{\sum_{k=1}^{n} b_k^q}$$

6 وبأخذ المجموع للطرفين بجعل $1 \le k \le n$ فيكون:

$$\frac{\sum_{k=1}^{n} a_k \cdot b_k}{\left(\sum a_k^p\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} b_k^q\right)^{\frac{1}{q}}} \le \frac{1}{p} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k^p}{\sum_{k=1}^{n} a_k^p} + \frac{1}{q} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} b_k^q}{\sum_{k=1}^{n} b_k^q} \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \cdot b_k \le \left(\sum_{k=1}^{n} a_k^p\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} b_k^q\right)^{\frac{1}{q}} \quad \text{و} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \qquad (2)$$

البرهان: إذا كان $p \ge 1$، فإنه باستخدام المتراجحة (2) وذلك لنفرض أن $b_k = 1$ و $(k = 1, 2, \dots, n)$ نجد أن:

$$\sum_{k=1}^{n} |a_k| \cdot 1 \le \left(\sum_{k=1}^{n} |a_k|^p\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} (1)^q\right)^{\frac{1}{q}} \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{n} |a_k| \le n^{\frac{1}{q}} \left(\sum_{k=1}^{n} |a_k|^p\right)^{\frac{1}{p}} \Rightarrow$$

4

$$\left(\sum_{k=1}^{n} |a_k|\right)^p \le n^{\frac{p}{q}} \sum_{k=1}^{n} |a_k|^p = n^{p-1} \sum_{k=1}^{n} |a_k|^p \qquad (3)$$

أيضاً نعلم أن: $|x+y|^p \le 2^{p-1}\left(|x|^p + |y|^p\right)$ و $(n=2)$

هنا ناتج من (2) وبالتالي فإن:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |x_n + y_n|^p \le \sum_{n=1}^{\infty} 2^{p-1}\left(|x_n|^p + |y_n|^p\right) < \infty$$

كما أن:

4

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\lambda \cdot x_n|^p = |\lambda|^p \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^p < \infty$$

وبذلك نجد أن: $x + y \in l_p$ و $\lambda x \in l_p$ أي أن العمليتان $(+)$ و $(\cdot)$ معرفتان جيداً.

(2) (أ) إذا كانت المجموعة E محدبة ومتوازنة، وليكن x, y عنصرين ما من E

و λ و μ عددين ما حيث: $|\lambda| + |\mu| \leq 1$

الآن: إذا كان $\lambda = 0$ أو $\mu = 0$ فإنه ينتج أن:

$\lambda x + \mu y = \mu y \in E$ أو $\lambda x + \mu y = \lambda x \in E$

لأن E متوازنة و $|\lambda| \leq 1$ $(\mu = 0)$

لأن E متوازنة و $|\mu| \leq 1$ $(\lambda = 0)$

فإذن في هذه الحالة نجد أن: $\lambda x + \mu y \in E$

6 أما إذا كان $\lambda \neq 0$ و $\mu \neq 0$ فإن:

$$\frac{\lambda}{|\lambda|} x \in E \quad , \quad \frac{\mu}{|\mu|} y \in E \quad \text{و} \quad \frac{|\lambda|}{|\lambda|+|\mu|} + \frac{|\mu|}{|\lambda|+|\mu|} = 1$$

وبالتالي فإن:

$$\lambda x + \mu y = (|\lambda| + |\mu|)\left(\frac{|\lambda|}{|\lambda|+|\mu|} \cdot \frac{\lambda x}{|\lambda|} + \frac{|\mu|}{|\lambda|+|\mu|} \cdot \frac{\mu y}{|\mu|}\right) \in E$$

فإذن E مجموعة محدبة مطلقاً.

(ب) أياً كان x, y من E والعددين λ و μ حيث: $|\lambda| + |\mu| \leq 1$ فإن:

$$\|\lambda x + \mu y\| \leq \|\lambda x\| + \|\mu y\| = |\lambda| \cdot \|x\| + |\mu| \cdot \|y\| \leq$$

$$\leq |\lambda| + |\mu| \leq 1 \Rightarrow \lambda x + \mu y \in E$$

فإذن E محدبة مطلقاً.

الآن لو جعلنا أن: $\rho = \rho(x) = \frac{1}{\|x\|}$ في $x \neq \theta$

أو $\rho = \rho(x) = 1$ عندما $x = \theta$ (صفر الفضاء)

6 فيكون $\rho > 0$، ولنأخذ العدد λ بحيث $|\lambda| \leq \rho$ نجد أن:

$$\|\lambda x\| = |\lambda| \, \|x\| \leq \rho \, \|x\| = \frac{1}{\|x\|} \|x\| = 1 \Rightarrow \|\lambda x\| \leq 1$$

أي أن: $\lambda x \in E$ من أجل $x \neq \theta$

أيضاً إذا كان $x = \theta$ فإن:

$$\|\lambda x\| = |\lambda| \, \|x\| = |\lambda| \cdot \theta \leq 1 \cdot \theta = 0 \leq 1 \Rightarrow \lambda x \in E \; ; \; \forall x \in E$$

وعليه فإن E مجموعة ماصة.

(3) لنأخذ f تطبيقاً بالشكل: $f : (\mathbb{R}, |\cdot|) \to (\mathbb{R}, \|\cdot\|)$ والمعرّف بالشكل:

$$f(x) = x^2$$

إن هذه الدالة مستمرة على $\mathbb{R}$ كونها كثيرة حدود من الدرجة الثانية. برهنت الدالة غير مستمرة

هذه الدالة غير مستمرة بانتظام لأنه لو فرضنا جدلاً أنها مستمرة بانتظام فمعنى ذلك أنه من أجل $1 = \varepsilon$ علينا إيجاد عدد حقيقي $\delta > 0$ بحيث يحقق المتراجحة :

$$|f(x) - f(y)| < 1$$

من أجل جميع العناصر x و y من $\mathbb{R}$ المحققة للمتراجحة :

$$|x - y| < \delta$$ 6

لذلك لنأخذ $x > 0$ و $y = x + \frac{\delta}{2}$ فيكون : $|x - y| < \delta$

ويكون أيضاً :

$$|f(x) - f(y)| = |x^2 - y^2| = |x + y| \cdot |x - y| = |2x + \frac{\delta}{2}| \cdot \frac{\delta}{2} > x\delta$$

وبأخذ : $x = \frac{1}{\delta}$ فيكون :

$$|f(x) - f(y)| > 1$$

وهذا تناقض فإذن هذا التطبيق غير مستمر بانتظام

لذلك لو أخذنا المجموعة المفتوحة : $]-1, +1[$ من الفضاء $(\mathbb{R}, |\cdot|)$

نجد أن :

$$f(]-1, +1[) = [0, 1[$$

وهذه المجموعة غير مفتوحة فالتطبيق غير مفتوح :

جواب السؤال الثاني : (1) نفرض أن A تطبيق مقلص و $x_0 \in X$ نقطة معينة من X ولنشكل المتتالية $\{x_n\}$ 18 ثمان عشرة فقط

$$x_1 = Ax_0 \;,\; x_2 = A^2 x_0 \;,\; \ldots\ldots \;,\; x_n = Ax_{n-1} = A^n x_0 \;,\; \ldots$$

إن هذه المتتالية هي متتالية كوشي لأن :

$$d(x_n, x_m) = d(Ax_{n-1}, Ax_{m-1}) \leq \cdots \leq \alpha^n d(x_0, x_{m-n})$$

وبالتالي فإن :

$$d(x_n, x_m) \leq \alpha^n [d(x_0, x_1) + d(x_1, x_2) + \cdots + d(x_{m-n-1}, x_{m-n})] \leq$$

$$\leq \alpha^n [d(x_0, x_1) + \alpha d(x_0, x_1) + \cdots + \alpha^{m-n-1} d(x_0, x_1)] =$$

$$= \alpha^n d(x_0, x_1)[1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{m-n-1}] \leq \alpha^n d(x_0, x_1) \frac{1}{1-\alpha}$$

وبالتالي من أجل $m > n$ و $n \to \infty$ و $(0 < \alpha < 1)$ يكون :

1/2 $$d(x_n, x_m) \to 0$$

وبما أن X فضاء تام فإنه يوجد $x \in X$ بحيث أن : $x_n \to x$ عندما $n \to \infty$

كما أن التطبيق A مستمر لأنه مستمر بانتظام لأنه لو فرضنا أن :

$$d(x, y) \leq \delta$$

فيكون : $d(Ax, Ay) \leq \alpha d(x, y) \leq \alpha \delta = \alpha \frac{\varepsilon}{\alpha}$ و $\delta = \frac{\varepsilon}{\alpha}$

ومن الاستمرارية ينتج أن: $Ax_n \xrightarrow[n\to\infty]{} Ax$

وطالما أن: $x_{n+1} = Ax_n$ وبأخذ نهاية الطرفين نجد: $x = Ax$

إذا توجد نقطة ثابتة وهي وحيدة لأنه لو فرضنا بأنه توجد نقطة ثابتة أخرى مثل y بحيث: $Ay = y$ فعندئذ:

$$d(x,y) = d(Ax,Ay) \le \alpha\, d(x,y) \Rightarrow$$

$$0 \le (1-\alpha)\, d(x,y) \le 0 \Rightarrow d(x,y) = 0 \Rightarrow x = y$$

(2) لنأخذ التطبيق A في الفضاء المتري (X,d) في نفسه حيث $X = [1,+\infty[$ و d المسافة المعتادية، وليكن:

$$Ax = x + \frac{1}{x}$$

عندئذ: $d(Ax,Ay) = \left|x + \frac{1}{x} - y - \frac{1}{y}\right| = \left|(x-y) + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right| =$

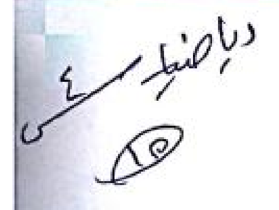
6 $= |x-y|\left(1 - \frac{1}{x\cdot y}\right) < |x-y| = d(x,y)$

ولا توجد نقاط ثابتة لأن:

$$Ax = x + \frac{1}{x} \neq x \; ; \; \forall x \in X$$

إذن توجد تطبيقات مناظرة لا يوجد لها نقطة ثابتة

مدرس المقرر:
د. منير مخلوف



المدة : ساعة و نصف	امتحانات الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٦-٢٠١٧	جامعة البعث
العلامة:(١٠٠) درجة	سلم تصحيح أسئلة مقرر التحليل التابعي (١)	كلية العلوم
	لطلاب السنة الرابعة تحليل رياضي	قسم الرياضيات

جواب السؤال الأول (٣٢ درجة): خاص بالدكتور منير مخلوف

جواب السؤال الثاني (١٨ درجة): خاص بالدكتور منير مخلوف

جواب السؤال الثالث (١٠درجات):

ليكن H أي فضاء هيلبرت فصول وغير منته الأبعاد، عندئذٍ وحسب مبرهنة يوجد في H جملة تامة ولتكن $h_1, h_2, ...$

وبالتالي من أجل كل عنصر $x \in H$ تتحقق مساواة بارسيفال :

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\alpha_k|^2 = \|x\|^2$$

حيث إن $\alpha_k = \langle x, h_k \rangle$ عوامل فورييه للعنصر x .

من هذا نجد أن المتتالية العددية $\alpha := \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 ....\}$ تنتمي للفضاء ℓ_2 .

لنعرف الآن التطبيق φ بالشكل :

$$\varphi : H \longrightarrow \ell_2$$
$$x \mapsto \varphi(x) = \alpha$$

من أجل أي عنصرين x, y من H وعوامل فورييه لهما :

$$\alpha_k = \langle x, h_k \rangle \quad \& \quad \beta_k = \langle y, h_k \rangle \quad ; \quad k = 1,2,3......$$

بذلك يكون: $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ...\} \in \ell_2$ و $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, ...\} \in \ell_2$.

ومن أجل عددين عقديين λ, μ فإنّ : $\langle \lambda x + \mu y, h_k \rangle = \lambda \alpha_k + \lambda \beta_k \quad ; \quad k = 1,2,3......$

حسب مساواة بارسيفال يكون :

$$\|x\|_H^2 = \sum_{k=1}^{\infty} |\alpha_k|^2 = \|\alpha\|_{\ell_2}^2 \quad ; \ \forall x \in H$$

وبالتالي:

$$\|\varphi(x)\|_{\ell_2} = \|x\|_H \quad ; \ \forall x \in H$$

أي أن φ يحافظ على النظيم وينتج من هذا أن φ متباين .

ولبرهان أن φ غامر نأخذ أي عنصر $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, ...\}$ من ℓ_2 ، ولنضع $z_n := \sum_{k=1}^{n} \xi_n h_k$ عندئذٍ يكون $z_n \in H$ من أجل كل $n = 1,2,3...$.

من أجل $n > m$ يكون :

$$\|z_n - z_m\|^2 = \left\| \sum_{k=m+1}^{n} \xi_k h_k \right\|^2 = \sum_{k=m+1}^{n} |\xi_k|^2 \xrightarrow[n,m \to \infty]{} 0$$

وبالتالي فإن المتتالية $\{z_n\}$ متتالية كوشي في H ، وبما أن H تام فيوجد عنصر $z \in H$ بحيث إن $z = \lim_{n \to \infty} z_n$.

ولكن :

$$\langle z, h_j \rangle = \lim_{n \to \infty} \langle z_n, h_j \rangle = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \xi_k \langle h_k, h_j \rangle = \xi_j \quad ; \quad j = 1,2,3,....$$

أي أن الأعداد $\xi_1, \xi_2, ...$ هي عوامل فورييه للعنصر z .

إذن φ غامر ولهذا فإن φ إيزومورفيزم من H إلى ℓ_2 إذن H و ℓ_2 إيزومورفيّان لبعضهما. وطالما أن H اختياريّ نكون قد حصلنا على المطلوب .

جواب السؤال الرابع (١٥+١٠=٢٥ درجة):

١)- لنبرهن اولاً أن A خطي:

$$\langle A(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2), y\rangle = \langle \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, By\rangle \quad, \forall \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C} \,\&\, x_1, x_2, y \in H$$
$$= \alpha_1 \langle x_1, By\rangle + \alpha_2 \langle x_2, By\rangle = \alpha_1 \langle A x_1, y\rangle + \alpha_2 \langle A x_2, y\rangle$$
$$= \langle \alpha_1 A x_1, y\rangle + \langle \alpha_2 A x_2, y\rangle = \langle \alpha_1 A x_1 + \alpha_2 A x_2, y\rangle$$

اذن : $A(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = \alpha_1 A x_1 + \alpha_2 A x_2$

مستمر (أو محدود) : لنفرض أن $\{x_n\}$ متتالية من العناصر في H متقاربة من عنصر x ($x \in H$ لأنه تام)

عندئذ نجد : $\langle A x_n, y\rangle = \langle x_n, By\rangle$ ومن أجل $n \to \infty$ وبسبب استمرارية الجداء الداخلي يكون :

$$\lim_{n\to\infty} \langle A x_n, y\rangle = \lim_{n\to\infty} \langle x_n, By\rangle = \langle x, By\rangle = \langle A x, y\rangle$$

أي أن $\lim_{n\to\infty} A x_n = A x$ وهذا يعني أن A مستمر فهو محدود ، أي أن $A \in L_B(H \to H)$.

حسب تعريف المؤث المرافق $\langle A x, y\rangle = \langle x, A^* y\rangle$ وبما أن $\langle A x, y\rangle = \langle x, By\rangle$ نجد $A^* = B$.

- بالفرض $By = (y_2, y_3, y_4, ...)$ ولحساب $\|A\|$ يكفي حساب $\|B\|$ لأن (حسب نظرية) $\|A\| = \|A^*\| = \|B\|$ اذن لنوجد $\|B\|$:

$$\|By\| = \|(y_2, y_3, y_4, ...)\| = \left(\sum_{i=2}^{\infty} |y_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \left(\sum_{i=1}^{\infty} |y_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} = \|y\| \quad ; y = (y_1, y_2, y_3, y_4, ...)$$

$$\Rightarrow \|By\| \le \|y\| \Rightarrow \|B\| \le 1 \qquad (1)$$

من جهة ثانية ون أجل العنصر $y = (0, 1, 0, 0, ...)$ يكون $\|y\| = 1$ وأن :

$$\|B\| = \underset{\substack{\|g\| \le 1 \\ \forall g \in H}}{SUP} \|Bg\| \ge \underset{\substack{\|y\| = 1 \\ y \in H}}{SUP} \|By\| = 1$$

$$\Rightarrow \|B\| \ge 1 \qquad (2)$$

من (١) و (٢) نجد أن : $\|B\| = 1$ وبالتالي $\|A\| = 1$.

٢)- حسب تعريف المؤثر المرافق عندنا : $\langle T x, w\rangle = \langle x, T^* w\rangle$ وبالتالي :

$$\langle T x, w\rangle = \langle \langle x, y\rangle z, w\rangle = \langle x, y\rangle \langle z, w\rangle =$$

$$\langle x, \overline{\langle z, w\rangle} y\rangle = \langle x, T^* w\rangle$$

ومن وحدانية المؤثر المرافق يكون: $T^* w = \overline{\langle z, w\rangle} y = \langle w, z\rangle y$

جواب السؤال الخامس (١٥ درجة):

الدالي الخطي المستمر المعرف على الفضاء C_0 يمكن صياغته بالشكل:

$f(x)=\sum_{i=1}^{\infty} f_i\,\xi_i$ حيث : $\|f\|=\sum_{i=1}^{\infty}|f_i|<\infty$.

والفضاء المرافق للفضاء C_0 هو الفضاء ℓ_1.

لتكن $\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$ قاعدة في C_0 عندئذٍ من أجل أي عنصر $x\in C_0$ يمكن أن نكتب : $x=\sum_{i=1}^{n}\xi_i e_i$

إن الدالي الخطي المستمر المعرف على C_0 هو:

$$f(x)=f\sum_{i=1}^{n}\xi_i e_i=\sum_{i=1}^{n}\xi_i f(e_i)=\sum_{i=1}^{n}\xi_i f_i$$

أي أن :
$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}\xi_i f_i\,x \qquad (1)$$

لدينا $\|x\|=\sup_i|\xi_i|$ هو النظيم في C_0 وبالتالي يكون لدينا :

$$|f(x)|=\left|\sum_{i=1}^{n}\xi_i f_i\right|\le\sum_{i=1}^{n}|\xi_i||f_i|\le\sup_i|\xi_i||f_i|=\|x\|\sum_{i=1}^{n}|f_i|$$

وبالتالي فإن :
$$\|f\|\le\sum_{i=1}^{n}|f_i| \qquad (2)$$

من ناحية أخرى إذا أخذنا العنصر x_0 من C_0 بحيث : $x_0=\sum_{i=1}^{n}Sign f_i\,e_i$ فإن: $\|x_0\|=1$ حيث :

$$Sign\,\lambda=\begin{cases}\dfrac{|\lambda|}{\lambda} & if\ \lambda\neq 0\\ 0 & if\ \lambda=0\end{cases}$$

ويكون لدينا :

$$f(x_0)=\sum_{i=1}^{n}sign f_i\,f(e_i)=\sum_{i=1}^{n}sign f_i . f_i=\sum_{i=1}^{n}|f_i|=\sum_{i=1}^{n}|f_i|\,\|x_0\|$$

وبالتالي فإن :
$$\|f\|\ge\sum_{i=1}^{n}|f_i| \qquad (3)$$

بمقارنة (2),(3) نجد أن :
$$\|f\|=\sum_{i=1}^{n}|f_i|$$

وهذا يعني أن نظيم f ليس إلا النظيم على الفضاء ℓ_1 وبالتالي نجد أن الفضاء المرافق للفضاء C_0 هو الفضاء ℓ_1.

3 3 3 3 3

حمص في ١ / ٢ / ٢٠١٧ م.　　　انتهت الإجابات　　　مدرسا المقرر

د. سامح العرجة

